

Indice

Prefazione all'edizione italiana	XIX
Sull'autore	XXI
Approccio didattico	XXII
Caratteristiche dell'opera	XXIV
Ringraziamenti	XXVIII

Parte prima Nozioni di base

Test d'ingresso	2
1 Richiami utili di aritmetica	3
1.1 Introduzione	3
1.2 Addizione e sottrazione di numeri con segno	4
Addizione e sottrazione di numeri con segno mediante calcolatrice	7
1.3 Moltiplicazione e divisione di numeri con segno	8
Moltiplicazione	8
<i>Moltiplicazione per 0</i>	9
Divisione	9
<i>Divisione di un numero per sé stesso</i>	10
<i>Divisione per 0</i>	10
<i>Altre scritture per l'operazione di divisione</i>	10
Moltiplicazione e divisione di numeri con segno mediante calcolatrice	11
1.4 Le parentesi: quando è necessario usarle	11
Operazioni "miste"	11
Eliminare le parentesi	13
<i>Generalizzazione</i>	14
<i>Parentesi annidate</i>	15
<i>Uso delle parentesi con la calcolatrice</i>	15
1.5 La fattorizzazione	16
1.6 Frazioni	18
Semplificazione delle frazioni	18
Uso della calcolatrice per semplificare le frazioni	19
1.7 Addizione e sottrazione di frazioni	20
Addizione di frazioni	20
Un metodo sistematico	20
Sottrazione di frazioni	22
Addizione o sottrazione di tre o più frazioni	23

	Espressioni contenenti sia numeri interi sia frazioni	24
	Uso della calcolatrice per addizionare o sottrarre frazioni	24
1.8	Moltiplicazione e divisione di frazioni	25
	Moltiplicazione di frazioni	25
	Frazioni reciproche	25
	La frazione come operatore	26
	Divisione di frazioni	26
	Fattorizzazione di frazioni	27
	Espressioni contenenti sia numeri interi sia frazioni	28
	Frazioni contenenti addizioni o sottrazioni al numeratore o al denominatore	28
	Semplificazione di frazioni contenenti solo moltiplicazioni o divisioni	29
	Frazioni positive e frazioni negative	29
1.9	Numeri decimali	30
	Frazioni decimali	30
	Composizione dei numeri decimali	31
	Moltiplicazione e divisione di numeri decimali	31
	<i>Moltiplicazione</i>	31
	<i>Divisione</i>	31
	Conversione di numeri decimali in frazioni e viceversa	32
	<i>Conversione di un numero decimale in frazione</i>	32
	<i>Conversione di una frazione in numero decimale</i>	32
	Arrotondamenti	33
	Arrotondamento di frazioni	33
1.10	Le quattro operazioni con i numeri decimali	34
	Addizione e sottrazione	34
	Moltiplicazione e divisione	34
1.11	Frazioni, proporzioni e rapporti	35
1.12	Percentuali	36
	Che cos'è una percentuale?	36
	Conversione di una frazione in percentuale e viceversa	37
	Conversione di un numero decimale in una percentuale e viceversa	38
	Esprimere un numero come percentuale di un altro numero	39
	Determinare una data percentuale di un numero	39
	Aumentare di una data percentuale un numero	39
	<i>Variazione percentuale negativa</i>	40
	<i>Calcolo dell'imposta sul valore aggiunto (IVA)</i>	41
	Regola inversa della Regola 1.13	41
	<i>Generalizzazione delle Regole 1.13 e 1.14</i>	42
	Percentuali e punti percentuali	42
	Uso della calcolatrice per i calcoli con le percentuali	42
1.13	Numeri indice	43
	Misurare la crescita anno su anno	44
1.14	Potenze e radici	46
	Elevamenti al quadrato e radici quadrate	46
	<i>Elevamenti al quadrato</i>	46

Radici quadrate	47
<i>Radici quadrate di numeri negativi</i>	47
Elevamenti al cubo e radici cubiche	47
<i>Elevamenti al cubo</i>	47
<i>Radici cubiche</i>	48
<i>Radici cubiche di numeri negativi</i>	48
Elevamenti alla quarta e radici di indice 4	48
Elevamenti a esponenti maggiori di 4 e radici di indice maggiore di 4	49
Sintesi e generalizzazioni sulle radici	49
Potenze e radici di frazioni	49
Potenze e radici con la calcolatrice	51
<i>Elevare un numero a una potenza qualsiasi</i>	51
<i>Estrarre una radice</i>	51
Potenze a esponente negativo	52
1.15 Notazione scientifica	53
1.16 Alcuni simboli utili	54
2 Algebra e dintorni	57
2.1 Introduzione	57
2.2 Regole dell'algebra	58
2.3 Addizione e sottrazione di espressioni algebriche	58
Che cosa si può addizionare e che cosa no	59
2.4 Moltiplicazione e divisione di espressioni algebriche	59
Moltiplicazione	59
Divisione	60
2.5 Le parentesi: quando è necessario usarle	62
Operazioni "miste"	62
Eliminare le parentesi	63
Fattorizzazione	64
2.6 Frazioni algebriche	65
Semplificazione delle frazioni algebriche	66
2.7 Addizione e sottrazione di frazioni algebriche	67
Addizione	67
Sottrazione	67
Addizione di tre o più frazioni	67
2.8 Moltiplicazione e divisione di frazioni algebriche	68
Moltiplicazione	68
<i>Frazioni reciproche</i>	69
Divisione	69
Fattorizzazione di frazioni	69
Semplificazione di numeratore e denominatore di una frazione algebrica	70
Alcuni casi particolari	72
2.9 Potenze e radici	73

2.10	Proprietà delle potenze	74
2.11	Potenze a esponente negativo o frazionario	76
	Potenze a esponente negativo	76
	<i>Radice n-esima di una potenza a esponente negativo</i>	77
	Potenze a esponente frazionario	77
2.12	Segno della potenza a^n	78
2.13	Condizioni necessarie e sufficienti	79
	Appendice – L'alfabeto greco	83
3	Equazioni lineari	85
3.1	Introduzione	85
	Equazioni e identità	86
3.2	Regole di manipolazione delle equazioni	86
	Esempi di manipolazione delle equazioni	87
3.3	Incognite e parametri	91
3.4	Equazioni lineari ed equazioni non lineari	92
	Risoluzione di equazioni lineari in una incognita	93
	Generalizzazione	93
3.5	Funzioni lineari	95
	Variabile dipendente e variabile indipendente	96
	<i>Funzione inversa</i>	96
3.6	Grafico della funzione lineare	97
	Nozioni preliminari	97
	Le coordinate	98
	Tracciare un grafico per punti	98
	Funzioni discrete	100
3.7	Coefficiente angolare e ordinata all'origine di una funzione lineare	101
	Intersezione con l'asse delle ascisse	104
	<i>Generalizzazione</i>	104
	Equazione della retta in forma esplicita e in forma implicita	105
	<i>Generalizzazione</i>	106
	<i>Casi in cui $A = 0$ o $B = 0$</i>	106
3.8	Sistemi di equazioni lineari	109
	Riepilogo sui sistemi di equazioni	112
3.9	Risoluzione grafica di sistemi lineari	112
3.10	Esistenza della soluzione per un sistema di due equazioni lineari	114
	Sistemi di tre equazioni in due incognite	116
3.11	Sistemi di tre equazioni lineari in tre incognite	118
	Sistemi con quattro o più equazioni e incognite	119
3.12	Applicazioni economiche	120
3.13	Domanda e offerta di un bene	120
	Equilibrio di mercato	122

3.14	Funzioni di domanda e offerta inverse	125
	Equilibrio di mercato	127
	Modelli economici	128
3.15	Statica comparata	129
	Quando lo stato riscuote l'imposta dai compratori, non dai venditori	135
3.16	Equilibrio macroeconomico	136
	Approccio grafico	139
	Statica comparata	140
	Generalizzazione	140
	Statica comparata nel caso generale	141
4	Equazioni di secondo grado	145
4.1	Introduzione	145
4.2	Espressioni quadratiche	146
	Prodotto di binomi	146
4.3	Fattorizzazione di espressioni quadratiche	149
	Tecnica per fattorizzare un'espressione quadratica	149
4.4	Equazioni di secondo grado	151
	Generalizzazione	153
4.5	Formula risolutiva per le equazioni di secondo grado	153
4.6	Espressioni quadratiche non fattorizzabili	155
	Generalizzazione	156
4.7	Riconoscimento del quadrato di binomio	156
	Generalizzazione	156
4.8	Funzione quadratica	157
	Riepilogo	161
4.9	Il problema dell'inversa della funzione quadratica	161
4.10	Risoluzione grafica delle equazioni di secondo grado	163
4.11	Sistemi di equazioni di secondo grado	167
4.12	Risoluzione grafica di sistemi di equazioni di secondo grado	168
	Sistemi di equazioni di secondo grado impossibili	168
4.13	Applicazione economica 1: domanda e offerta	170
4.14	Applicazione economica 2: costi e ricavi	173
	La funzione di costo totale per un'impresa	173
	Funzione di ricavo totale per un monopolista	174
5	Funzioni cubiche, curve algebriche e comportamento delle funzioni	177
5.1	Introduzione	177
5.2	La funzione cubica	178
5.3	Risoluzione grafica delle equazioni di terzo grado	181
	Un'equazione di terzo grado con una sola soluzione	182
	Il caso limite	183
	Polinomi di grado superiore	184

5.4	Applicazione della funzione cubica in economia	184
5.5	Iperbole equilatera	186
5.6	Limiti e continuità	188
	Il concetto di limite o di valore limite	188
	Discontinuità	190
	Area della regione di piano limitata dal grafico della funzione	190
	Forma generale dell'iperbole equilatera	191
5.7	Applicazione dell'iperbole equilatera in economia	192
	Varianti della versione base	194
5.8	Circonferenza ed ellisse	196
	Circonferenza	196
	Ellisse	199
5.9	Applicazione della circonferenza e dell'ellisse in economia	200
5.10	Disuguaglianze e disequazioni	202
	Notazione per le disuguaglianze	202
	Significato delle disuguaglianze	202
	Regole per manipolare le disuguaglianze e le disequazioni	203
	<i>Addizione e sottrazione</i>	203
	<i>Moltiplicazione e divisione</i>	203
	<i>Un caso particolare: inversione delle espressioni nelle disequazioni</i>	204
	<i>Elevare ambo i membri di una disuguaglianza a un dato esponente</i>	206
5.11	Risoluzione di esercizi con disequazioni	207
	Disequazioni in senso stretto e in senso debole	210
5.12	Applicazioni delle disequazioni in economia	211
	La funzione di consumo	211
	Il vincolo di bilancio del consumatore	212

Parte seconda

Problemi di ottimizzazione con una variabile decisionale

6	Derivate e calcolo differenziale	219
6.1	Introduzione	219
6.2	Rapporto incrementale	220
	Pendenza positiva e pendenza negativa	221
	Generalizzazione del concetto di rapporto incrementale	222
6.3	Calcolo della pendenza per funzioni lineari	222
6.4	Calcolo della pendenza per funzioni non lineari	223
	Misura della pendenza mediante il rapporto incrementale	224
	Misura della pendenza mediante la tangente	225
6.5	Determinare la pendenza della retta tangente	226
	Passo 1: calcolare il rapporto incrementale	226
	Passo 2: usare il rapporto incrementale per trovare la pendenza della tangente	227

6.6	Generalizzazione a una qualsiasi funzione di x	229
6.7	Regole di derivazione	230
6.8	Riepilogo delle regole di derivazione	240
7	Le derivate nello studio di funzione	245
7.1	Introduzione	245
7.2	Funzioni crescenti e decrescenti	246
7.3	Ottimizzazione: determinare il valore massimo e il valore minimo	249
7.4	Massimo di una funzione	250
7.5	La funzione derivata	251
7.6	Minimo di una funzione	252
	Massimo o minimo?	253
7.7	La derivata seconda	254
	Notazione per la derivata seconda	256
7.8	Una regola per i massimi e i minimi	256
7.9	Esempi svolti di determinazione dei massimi e dei minimi	257
	Massimi o minimi globali e locali	260
7.10	Flessi di una funzione	261
	La derivata terza	264
7.11	Una regola per i punti di flesso	265
7.12	Punti di flesso non stazionari	267
	Un'ultima considerazione sui punti di flesso	273
7.13	Funzioni convesse e funzioni concave	276
7.14	Notazione alternativa per le derivate	281
7.15	Il differenziale e l'approssimazione lineare	282
8	Applicazioni delle funzioni e delle derivate alla microeconomia	287
8.1	Introduzione	287
8.2	Funzione di costo totale per un'azienda	288
8.3	Funzione di costo medio per un'azienda	291
	Costo medio minimo	292
	Comportamento asintotico della funzione AC	293
8.4	Costo marginale	293
	Indipendenza del costo marginale dai costi fissi	296
8.5	Relazione fra costo marginale e costo medio	297
8.6	Esempi svolti di funzioni di costo	299
8.7	Domanda, ricavo totale e ricavo marginale	308
8.8	Funzione di domanda di mercato	308
8.9	Ricavo totale in monopolio	310
	Ricavi totali massimi	311

8.10	Ricavo marginale in monopolio	312
	Quando si usa il concetto di ricavo marginale?	314
8.11	Funzioni di domanda, di ricavo totale e di ricavo marginale in monopolio	315
	La relazione tra MR e TR	316
8.12	Funzioni di domanda, di ricavo totale e di ricavo marginale in concorrenza perfetta	317
8.13	Esempi svolti su domanda, ricavo marginale e ricavo totale	319
8.14	Massimizzazione del profitto	323
8.15	Massimizzazione del profitto in monopolio	323
8.16	Massimizzazione del profitto mediante il costo marginale e il ricavo marginale	326
	Condizioni del secondo ordine	327
	Analisi grafica della condizione $MC = MR$	328
	Il rapporto tra il prezzo e il costo marginale	328
8.17	Massimizzazione del profitto in concorrenza perfetta	329
8.18	Confronto degli equilibri in monopolio e in concorrenza perfetta	331
8.19	Due errori comuni sulla massimizzazione del profitto	334
	Primo errore: per massimizzare i profitti occorre ridurre al minimo i costi medi	334
	Secondo errore: per massimizzare i profitti, un monopolista deve massimizzare i ricavi totali	335
8.20	Condizione del secondo ordine per la massimizzazione del profitto	335
	Appendice 8.1: Relazioni fra costo totale, costo medio e costo marginale	342
	Appendice 8.2: Relazioni fra prezzo, ricavo totale e ricavo marginale	344
9	L'elasticità nell'analisi economica	347
9.1	Introduzione	347
9.2	Variazioni assolute, proporzionali e percentuali	348
	Quando non ha senso considerare una variazione proporzionale	349
	Rappresentazione grafica	350
9.3	Elasticità dell'arco dell'offerta	351
9.4	Offerta elastica e offerta anelastica	353
9.5	Elasticità come tasso di variazione proporzionale	353
9.6	Trattazione grafica	354
	Una formulazione alternativa	356
9.7	Limiti dell'elasticità dell'arco	357
9.8	Elasticità del punto dell'offerta	357
9.9	Conciliare l'elasticità dell'arco e del punto per la funzione di offerta	359
9.10	Esempi svolti sull'elasticità dell'offerta	361
9.11	Elasticità dell'arco della domanda	364

Una formulazione alternativa	367
9.12 Domanda elastica e anelastica	367
9.13 Un modo alternativo per definire l'elasticità della domanda	370
9.14 L'elasticità del punto della domanda	371
9.15 Conciliare l'elasticità dell'arco e del punto per la funzione di domanda	373
9.16 Un esempio svolto sull'elasticità della domanda	374
9.17 Due semplificazioni	375
9.18 Ricavo marginale ed elasticità della domanda	377
Riepilogo	381
9.19 Elasticità della domanda in concorrenza perfetta	382
9.20 Altre tipologie di elasticità in economia	385
9.21 Funzione di costo totale per un'azienda	386
9.22 Funzione di consumo aggregato	388
9.23 Generalizzazione del concetto di elasticità	390

Parte terza

Matematica finanziaria e modelli di crescita

10 Crescita composta e valore attuale	395
10.1 Introduzione	395
10.2 Progressioni aritmetiche e geometriche	396
Progressione aritmetica	396
Progressione geometrica	397
Un caso particolare di progressione geometrica	398
10.3 Un'applicazione economica	399
10.4 Interesse semplice e interesse composto	403
Interesse semplice	404
Interesse composto	405
La formula dell'interesse composto	406
10.5 Applicazioni della formula di crescita composta	407
Crescita dei depositi bancari	407
Estensione ad altre variabili economiche	409
10.6 Crescita continua e crescita discreta	411
10.7 La capitalizzazione frazionata	411
Tassi di interesse nominali ed effettivi	413
Esempi svolti	415
10.8 Valore attuale scontato	417
Un cambio di notazione possibile causa di confusione	418
10.9 Valore attuale e comportamento economico	420
10.10 Valore attuale di una sequenza di pagamenti futuri	420
Valore attuale di una sequenza di pagamenti futuri: generalizzazione	422

10.11	Valutazione di un investimento	423
	Il valore attuale di profitti futuri attesi	423
	Costi del capitale diversi	424
	Tasso interno di rendimento (TIR)	425
	<i>Potenziale conflitto tra TIR e VAN</i>	427
10.12	Valore attuale di una rendita perpetua	427
10.13	Valore di mercato di un'obbligazione perpetua	428
10.14	Obbligazioni a termine	431
10.15	Calcolo del rimborso di un prestito	434
	Una formula per il rimborso in rate costanti	436
10.16	Calcolo di una rendita	440
11	Funzione esponenziale e logaritmi	443
11.1	Introduzione	443
	Premessa: ripasso sulla funzione inversa	443
11.2	La funzione esponenziale $y = 10^x$	445
11.3	La funzione inversa di $y = 10^x$	447
11.4	Proprietà dei logaritmi	449
	Principali proprietà dei logaritmi	450
11.5	I logaritmi decimali con la calcolatrice	450
11.6	Il grafico di $y = \log_{10} x$	451
11.7	Regole per manipolare i logaritmi	453
11.8	Uso dei logaritmi per la risoluzione di problemi	455
11.9	Altre funzioni esponenziali	457
	Generalizzazione delle funzioni esponenziali e logaritmiche	460
12	Crescita continua e funzione esponenziale in base e	463
12.1	Introduzione	463
12.2	Limiti della crescita composta discreta	464
12.3	Crescita continua: il caso più semplice	465
	Trattazione a livello grafico	467
12.4	Crescita continua: il caso generale	470
12.5	Il grafico di $y = ae^{rx}$	471
	Il caso più semplice	471
	Il caso generale	472
12.6	Logaritmi naturali	475
	Il grafico di $y = \log_e x$	476
	Una piccola variazione di notazione	477
12.7	Regole per manipolare i logaritmi naturali	477
12.8	Esponenziali e logaritmi naturali con la calcolatrice	478
12.9	Applicazioni della crescita continua	479

	Tasso di interesse o di crescita effettivo	480
	Esempi di crescita continua	481
12.10	Attualizzazione continua	486
12.11	Grafici in scala semi-logaritmica	490
13	Derivate delle funzioni esponenziali e logaritmiche e loro possibili applicazioni	499
13.1	Introduzione	499
13.2	Derivata della funzione esponenziale in base e	499
13.3	Derivata della funzione logaritmica in base e	501
13.4	Tasso di variazione proporzionale o tasso di crescita	503
13.5	Crescita discreta	504
	Conclusioni sulla crescita discreta	507
	Serie storiche: confusione fra livello e tasso di crescita	507
13.6	Crescita continua	509
13.7	Tassi di crescita istantanei, nominali ed effettivi	513
13.8	Altre osservazioni sui grafici semi-logaritmici e sui tassi di crescita	514
13.9	Un caso speciale importante	516
	Conclusioni sulla crescita continua	518
13.10	Scale logaritmiche ed elasticità	518
	Conclusioni e generalizzazioni	520
	E infine...	520

Parte quarta Calcolo integrale e matriciale

14	Integrazione	527
14.1	Introduzione	527
14.2	L'integrale definito	528
14.3	L'integrale indefinito	531
	L'idea di fondo	531
	Calcolo dell'integrale indefinito	532
	Generalizzazione dell'esempio precedente	533
14.4	Regole di integrazione per integrali indefiniti	533
	Un caso speciale	534
	Un caso speciale	536
14.5	Calcolo di un integrale definito	540
14.6	Applicazioni economiche 1: dalla funzione di costo marginale alla funzione di costo totale	542
14.7	Applicazioni economiche 2: dalla funzione di ricavo marginale alla funzione di ricavo totale	545
14.8.	Applicazioni economiche 3: il surplus dei consumatori	547

14.9	Applicazioni economiche 4: il surplus dei produttori	550
	Conclusioni	552
14.10	Applicazioni economiche 5: valore attuale di un flusso continuo di entrate	553
	Conclusioni	556
15	Algebra delle matrici	559
15.1	Introduzione	559
15.2	Definizioni e notazioni	560
	Generalizzazione	560
	Due matrici speciali	561
	Vettori	561
15.3	Trasposta di una matrice	561
15.4	Somma e differenza di due matrici	562
15.5	Prodotto di due matrici	562
	Moltiplicazione matriciale a destra e a sinistra	563
	Matrici non conformabili	563
	Matrici conformabili	564
15.6	Prodotto di due vettori	565
15.7	Moltiplicazione di una matrice per uno scalare	566
15.8	L'algebra delle matrici come notazione compatta	566
15.9	Determinante di una matrice quadrata	567
	Determinante di una matrice 2×2	568
	Determinante di una matrice 3×3	568
	Determinante di una matrice 4×4 o di ordine superiore	570
	Generalizzazione	570
15.10	Inversa di una matrice quadrata	571
15.11	Uso della matrice inversa per la risoluzione di sistemi lineari	573
15.12	Regola di Cramer	575
15.13	Un'applicazione di macroeconomia	576
15.14	Analisi input-output	579
15.15	Conclusioni	584
	Glossario	587