

Indice

	<i>pag.</i>
Elenco delle tabelle	13
Prefazione	15
1 Nozioni preliminari	17
1.1 <i>Introduzione</i>	17
1.2 <i>Una idea intuitiva di numero reale</i>	17
1.2.1 Insiemi limitati in $\mathbb{R}$	21
1.3 <i>Definizione di funzione</i>	24
1.3.1 Generalità	26
1.3.2 Funzioni iniettive, suriettive, biettive	28
1.3.3 Prolungamenti e restrizioni	29
1.3.4 Grafico di una funzione	30
1.4 <i>Spazi vettoriali reali</i>	32
1.4.1 Esempi di spazi vettoriali reali	33
1.4.2 Combinazioni lineari	36
1.4.3 Dipendenza ed indipendenza lineare	38
1.4.4 Sottospazi vettoriali e basi	42
1.5 <i>Lo spazio metrico $\mathbb{R}^n$</i>	44
1.6 <i>Nozioni di topologia in spazi metrici</i>	47
2 Matrici e sistemi lineari	55
2.1 <i>Introduzione</i>	55
2.2 <i>Matrici: lo spazio vettoriale $\mathcal{M}(m, n)$</i>	55
2.2.1 Equazioni matriciali	58

	<i>pag.</i>
2.3 <i>La matrice trasposta</i>	59
2.4 <i>Prodotto matriciale righe per colonne</i>	60
2.4.1 <i>Proprietà del prodotto righe per colonne</i>	64
2.5 <i>Matrice inversa - Parte prima</i>	65
2.6 <i>Il concetto di determinante</i>	68
2.7 <i>Matrice inversa - Parte seconda</i>	71
2.8 <i>Il concetto di rango</i>	74
2.8.1 <i>Calcolo del rango</i>	75
2.8.2 <i>Verifica della dipendenza/indipendenza lineare di vettori</i>	79
2.9 <i>Sistemi lineari</i>	80
2.9.1 <i>Concetti introduttivi</i>	81
2.10 <i>Discussione di un sistema lineare</i>	84
2.10.1 <i>Discussione dei sistemi lineari omogenei</i>	84
2.10.2 <i>Discussione dei sistemi lineari non omogenei</i>	85
2.10.3 <i>Riepilogo ed esempi</i>	87
2.11 <i>Calcolo delle soluzioni di un sistema lineare</i>	88
2.11.1 <i>Sistemi di Cramer</i>	88
2.11.2 <i>Sistemi generici</i>	90
2.11.3 <i>Alcuni esempi di sistemi parametrici</i>	93
3 <i>Funzioni reali di una e più variabili reali</i>	97
3.1 <i>Introduzione</i>	97
3.2 <i>Funzioni reali di variabile reale</i>	97
3.2.1 <i>Dominio di una funzione di una variabile</i>	98
3.2.2 <i>Grafico di una funzione di una variabile</i>	99
3.2.3 <i>Proprietà del grafico di funzioni iniettive, suriettive, biiettive</i> ..	100
3.2.4 <i>Funzioni limitate</i>	102
3.2.5 <i>Estremi di una funzione</i>	105
3.2.6 <i>Funzioni monotone</i>	110
3.2.7 <i>Funzioni concave e convesse</i>	112
3.2.8 <i>Funzioni simmetriche</i>	114
3.2.9 <i>Funzioni periodiche</i>	116
3.2.10 <i>Funzioni elementari</i>	117
3.2.11 <i>Operazioni elementari sui grafici delle funzioni</i>	125
3.2.12 <i>Funzioni composte</i>	128
3.2.13 <i>Funzioni invertibili e funzione inversa</i>	130

3.3	<i>Funzioni reali di due variabili reali</i>	134
3.3.1	Dominio di una funzione reale di due variabili reali	135
3.3.2	Grafico di una funzione reale di due variabili reali	136
3.3.3	Curve di livello	136
3.3.4	Funzioni limitate	140
3.3.5	Estremi di una funzione reale di due variabili reali	141
3.3.6	Funzioni concave e convesse	144
3.3.7	Funzioni omogenee	145
4	Limiti e continuità	147
4.1	<i>Introduzione</i>	147
4.2	<i>Limiti</i>	147
4.2.1	Definizione di limite	149
4.2.2	Primi teoremi sui limiti	153
4.2.3	Calcolo dei limiti - Parte I: algebra dei limiti e limiti di funzioni elementari	156
4.2.4	Calcolo dei limiti - Parte II: limiti notevoli e gerarchia di infiniti	160
4.2.5	Calcolo dei limiti - Parte III: i simboli $\sim$ e o -piccolo	164
4.3	<i>Continuità</i>	172
4.3.1	Definizione di continuità e prime proprietà	172
4.3.2	Punti di discontinuità	174
4.3.3	Proprietà globali delle funzioni continue su un intervallo	177
4.3.4	Continuità, monotonia e funzione inversa	179
4.4	<i>Asintoti</i>	181
4.4.1	Asintoto verticale	181
4.4.2	Asintoto orizzontale	182
4.4.3	Asintoto obliquo	184
4.5	<i>Due esempi di spazi vettoriali non finitamente generati</i>	187
4.6	<i>Limiti e continuità per funzioni di due variabili</i>	189
5	Calcolo differenziale in $\mathbb{R}$	193
5.1	<i>Introduzione</i>	193
5.2	<i>La derivata</i>	193
5.2.1	Rapporto incrementale e definizione di derivata	193
5.2.2	Approssimazione lineare di una funzione e retta tangente	196
5.2.3	Derivabilità e continuità	197
5.2.4	Punti di non derivabilità	200

	<i>pag.</i>
5.3 <i>Calcolo delle derivate</i>	203
5.3.1 La funzione derivata	203
5.3.2 Le derivate delle funzioni elementari	204
5.3.3 Operazioni aritmetiche e derivate	206
5.3.4 Derivata della funzione composta	207
5.3.5 Derivata della funzione inversa	210
5.3.6 Derivate di ordine superiore al primo	212
5.4 <i>Il teorema di Lagrange e sue conseguenze</i>	213
5.5 <i>Derivate e ottimizzazione</i>	221
5.5.1 Condizione necessaria del primo ordine: Teorema di Fermat ..	221
5.5.2 Punti critici e punti di frontiera: studio della loro natura	223
5.6 <i>Convessità e concavità per funzioni derivabili</i>	229
5.6.1 Funzioni concave e convesse	229
5.6.2 Punti di flesso	233
5.7 <i>Approssimazione polinomiale di una funzione</i>	241
5.7.1 La formula di Taylor	242
5.7.2 Un'applicazione della formula di Taylor: condizioni sufficienti per l'esistenza di massimi e minimi locali e punti di flesso	247
5.8 <i>Appendice: il concetto di differenziale</i>	249
 6 <i>Calcolo integrale in $\mathbb{R}$</i>	 253
6.1 <i>Introduzione</i>	253
6.2 <i>Calcolo delle aree: un approccio "naïf" all'integrale definito</i>	253
6.2.1 Funzioni integrabili in $[a, b]$	260
6.3 <i>Primitive e integrale indefinito</i>	266
6.3.1 La nozione di primitiva	267
6.3.2 Primitive di funzioni elementari	269
6.3.3 Ricerca delle primitive: metodi di integrazione	269
Integrazione per scomposizione	270
Integrazione per parti	270
Integrazione per sostituzione	272
6.4 <i>Il calcolo dell'integrale definito</i>	273
6.5 <i>Integrale (definito) di Riemann: costruzione (quasi) completa</i>	276
6.5.1 Definizione dell'integrale di Riemann	276
Partizioni di un intervallo	276
Somme inferiori e superiori	277
Funzioni integrabili secondo Riemann	280
6.6 <i>La funzione integrale</i>	281
6.6.1 Il teorema fondamentale del calcolo integrale	282

pag.

7	Ottimizzazione in $\mathbb{R}^2$	287
7.1	Introduzione	287
7.2	Calcolo differenziale in $\mathbb{R}^2$	287
7.2.1	Derivate parziali	287
	Differenziale e piano tangente	292
	Derivata totale	294
	Derivata direzionale	294
	Funzioni omogenee	298
7.2.2	Derivate successive	299
7.2.3	Formula di Taylor al secondo ordine	301
7.2.4	Segno di una forma quadratica	301
7.2.5	Convessità	303
7.3	Ottimizzazione libera	304
7.3.1	Condizioni del primo ordine	305
7.3.2	Condizioni del secondo ordine	307
7.3.3	Concavità e convessità in ottimizzazione	308
7.4	Ottimizzazione vincolata	312
7.4.1	Il metodo di sostituzione	312
7.4.2	Il metodo delle curve di livello	315
7.4.3	Il metodo dei moltiplicatori di Lagrange	317
	Condizioni del primo ordine	317
	Condizioni del secondo ordine	322
	Riepilogo ed Esempi	323
	Spiegazione geometrica	326
	Spiegazione analitica	328
	Interpretazione del moltiplicatore	333
7.4.4	Vincoli di disuguaglianza	335
	Indice analitico	341
	Bibliografia	347